

## パイルド・ラフト基礎の沈下および水平挙動解析手法

中川太郎<sup>\*1</sup> 小林勝巳  
佐々木仁 佐々木聰  
田中良一<sup>\*2</sup>

### 概要

ハイブリッドモデルを用いたパイルド・ラフト基礎の沈下および水平挙動の解析において、ラフトや杭の挙動に関して全ての相互作用を厳密に評価すると大規模な連立方程式を解く必要があり、実用上計算が困難な場合がある。本報では、杭と杭周地盤およびラフトの相互作用を簡易に評価することで、計算負荷を大幅に低減しつつ、パイルド・ラフト基礎の挙動を精度良く計算できる手法を提案した。また、沈下計測結果や既往の解析結果との比較により、解析手法の妥当性を検証した。

### Analytical methods of settlement and horizontal behavior for piled-raft foundations

### Abstract

In using the hybrid model to analyze settlement and horizontal behavior for piled-raft foundations strict evaluation of interaction between all rafts and piles increases the size of the matrix required to solve simultaneous equation, making the calculations hard to perform calculation. Analytical methods using a simplified model for interactions between piles and the surrounding ground were proposed in this paper. These methods reduced the burden of calculations, whilst retaining sufficient accuracy. Validation of these analytical methods was performed using settlement observation results and previous analytical results.

キーワード： パイルド・ラフト基礎 直接基礎 地盤  
沈下 水平挙動 解析

\*1 建設本部

\*2 中日本支社

## §1. はじめに

ハイブリッドモデルを用いたパイルド・ラフト基礎の沈下や水平挙動の解析において、ラフト、杭、地盤全ての相互作用を厳密に評価するとフルマトリクスの大規模な連立方程式を解く必要があり、実用上計算が困難な場合がある。

本報では、杭と杭周地盤およびラフトの相互作用を簡易に評価することで、計算負荷を大幅に低減しつつ沈下や水平挙動を精度良く計算できる手法を提案する。また、直接基礎およびパイルド・ラフト基礎の既往の解析結果および実測結果との比較により妥当性を検証する。

## §2. 沈下解析モデル

本解析モデルの概念を図1に、解析モデルの概要を表1に示す。ラフトはシェル要素、基礎梁および杭を梁要素としたハイブリッドモデルである。以下、本沈下解析手法を「SPIDR(Settlements analysis of Piled-Raft)」と称する。

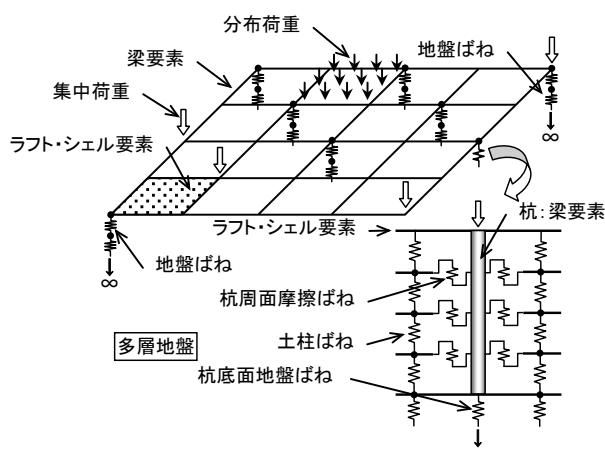


図1 沈下解析モデルの概念

表1 SPIDRの解析モデルの概要

荷重	節点集中荷重、面分布荷重
基礎梁・杭	3次元梁要素
ラフト	3次元シェル要素(曲げ+平面応力)
ラフト下地盤ばね	Boussinesqの解をSteinbrennerの方法で多層地盤へ拡張
杭底面地盤ばね	ラフト下と同じ、または経験式
杭周面摩擦ばね	Randolphの方法、または経験式

### 2.1 地盤モデル

ラフト直下の地盤ばねは Boussinesq の解を Steinbrenner の方法で多層地盤へ拡張した Winkler ばねであり、杭底面地盤ばねも同様である。杭周面摩擦ばねは Randolph の方法を採用している。

また、杭底面および杭周面のばねは N 値からの非線形の経験式から算出することや、ばね値を直接計算に取り込むことも容易にできる。

### 2.2 ラフトおよび杭モデル

図1において、土柱ばねは杭に隣接する節点に配された地盤ばねを示す。杭の各節点は周辺地盤の土柱ばねの各層節点と杭周面摩擦ばねを介して繋がっている。このことにより杭の摩擦抵抗力は杭と土柱ばねとの相対変位に依存することになり、ラフトの沈下と杭の沈下の相互作用が周辺地盤を介して考慮される。

また、杭先端の沈下の影響範囲は杭中心から 1D～1.5D 程度であるとする報告<sup>1)</sup>があることから、隣接する杭の沈下との相互作用は考慮しないものとした。このことにより、大幅なマトリクス演算の負荷低減が可能となった。

なお、富士通 FMV ESPRIMO E8400(3.0GHz)のパソコンにおいて節点数 3800、要素数 8100、地盤層数 15 のモデルの場合、計算時間は 5 分程度である。

## §3. 沈下解析手法の検証

### 3.1 直接基礎の既往の計算結果との比較

本解析モデルのラフト直下の地盤の評価方法の妥当性を検証するために直接基礎の沈下算定を行う。

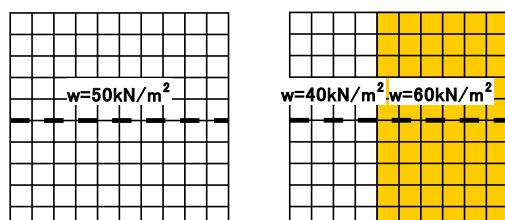
検証に用いるのは 30m×30m の直接基礎を有する低層建物(文献2)のLEM)モデルである。

図2にラフトに作用する分布荷重を示す。与える荷重は等分布、側部集中の2ケースとした。表2に解析に用いた地盤定数、表3にラフトの諸元を示す。地盤は比較的軟弱な地盤としている。

図3にラフトの横方向の中央通りの沈下分布を示す。図には「PRAB<sup>3)</sup>」で算定した結果を併せて示す。

図よりSPIDRとPRABは沈下分布の形状は似通っているが、沈下量はPRABが若干大きめである。

図中には「Marc」を用いたFEM解析結果を併記しているが、SPIDR解析結果はFEMと良く一致しており、また文献2)の結果とも良く一致していることを確認している。



LEM1:等分布

LEM3:側部集中

図2 ラフトに作用する分布荷重<sup>2)</sup>

表 2 地盤定数<sup>2)</sup>

ボアソン比	ヤング俹数 (kN/m <sup>2</sup> )	層厚 (m)
0.45	$1.16 \times 10^5$	1.0
0.35	$1.08 \times 10^5$	1.0
0.35	$6.94 \times 10^4$	4.0
0.45	$7.24 \times 10^4$	6.0
0.45	$7.03 \times 10^4$	5.0
0.45	$1.10 \times 10^5$	5.0
0.45	$1.25 \times 10^5$	4.0
0.45	$1.76 \times 10^5$	5.0
0.45	$1.71 \times 10^5$	4.0
0.45	$3.38 \times 10^5$	2.0
0.35	$1.32 \times 10^6$	3.0

表 3 ラフト諸元<sup>2)</sup>

ボアソン比	ヤング俹数 (kN/m <sup>2</sup> )	厚さ (m)
0.2	$3.35 \times 10^7$	1.0

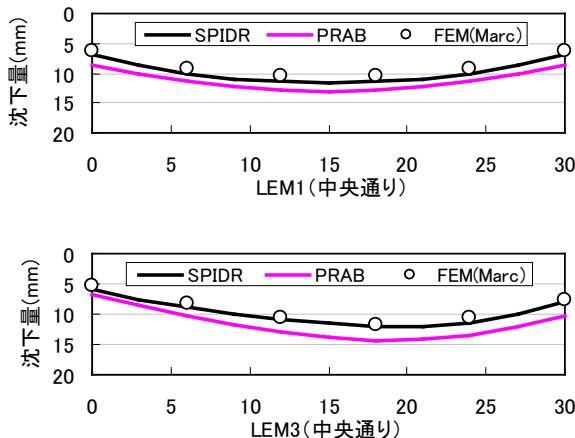


図 3 沈下分布

### 3.2 パイルド・ラフト基礎の既往の計算結果との比較

パイルド・ラフト基礎の沈下算定を行い、既往の計算結果<sup>4)</sup>との比較により本解析手法の妥当性を検証する。

図 4 に解析モデル平面、表 4 に解析に用いた地盤定数、表 5 に基盤の諸元を示す。

荷重は柱位置に集中荷重で与えており、均すと  $48\text{kN/m}^2$  である。図 5 に B 通りの沈下分布を示す。SPIDR は文献 4)の結果と非常に良い一致を示している。PRAB は  $25\text{m} \sim 34\text{m}$  で小さめの結果であった。

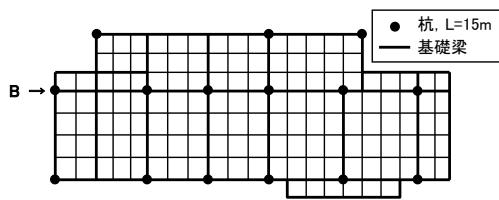


図 4 解析モデル平面

表 4 地盤定数<sup>4)</sup>

ボアソン比	ヤング俹数 (kN/m <sup>2</sup> )	層厚 (m)
0.3	$1.54 \times 10^4$	0.75
0.3	$8.20 \times 10^3$	6.75
0.3	$1.18 \times 10^4$	7.50
0.3	$2.15 \times 10^4$	7.00
0.3	$2.23 \times 10^4$	6.00
0.3	$5.01 \times 10^4$	4.00
0.3	$1.13 \times 10^5$	$\infty$

表 5 基盤の諸元<sup>4)</sup>

	ボアソン比	ヤング俹数 (kN/m <sup>2</sup> )	寸法 (m)
ラフト	0.167	$2.1 \times 10^7$	厚さ 0.8
基礎梁	0.167	$2.1 \times 10^7$	幅×成 $0.7 \times 2.1$
杭	0.167	$2.1 \times 10^7$	外径、内径 0.45、0.31

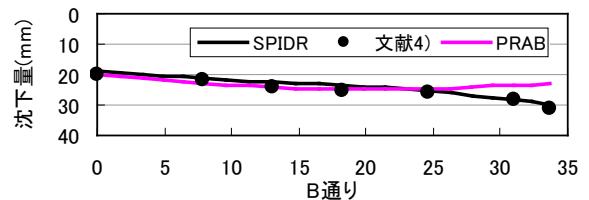


図 5 沈下分布

### 3.3 パイルド・ラフト基礎の実測結果との比較

19 階建て RC 造建物の沈下実測結果との比較により解析手法の妥当性を検証する。

図 6 に解析モデル平面、表 6 に地盤定数、表 7 に基盤の諸元を示す。荷重は 1 階より上階の荷重は柱位置に集中荷重として与え、基礎部は分布荷重で与えており、均すと  $300\text{kN/m}^2$  である。表 6 のヤング俹数は PS 検層結果から求めたヤング俹数を Steinbrenner の多層近似解を用いて、地盤調査結果のひずみ依存性と拘束圧依存性を考慮して算出したものである。

図 7 に沈下分布を示す。沈下の実測はレベルを用いて行った。SPIDR は概ね実測結果の平均的な値であり、良く整合している。杭とラフトの荷重分担比は 59:41 であった。

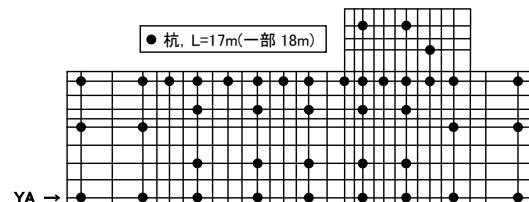


図 6 解析モデル平面

表6 地盤定数

ポアソン比	ヤング係数 (kN/m <sup>2</sup> )	層厚 (m)
0.3	$2.14 \times 10^5$	1.00
0.3	$2.46 \times 10^5$	1.00
0.3	$1.01 \times 10^5$	3.00
0.3	$1.58 \times 10^5$	9.00
0.3	$5.97 \times 10^5$	4.00
0.3	$4.13 \times 10^5$	6.00
0.3	$8.04 \times 10^6$	$\infty$

表7 基礎の諸元

	ポアソン比	ヤング係数 (kN/m <sup>2</sup> )	寸法 (m)
ラフト	0.167	$2.1 \times 10^7$	厚さ 2.5
杭	0.167	$4.0 \times 10^7$	外径、内径 0.7、0.42

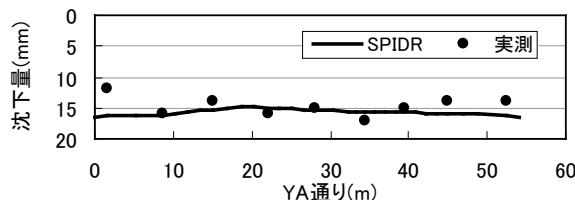


図7 沈下分布

#### §4. 水平挙動解析モデル

沈下解析<sup>5)</sup>と同様の考え方に基づき、ラフトおよび杭と地盤の水平相互作用ばねを近似式で簡易評価することで、計算負荷を大幅に低減でき、かつ水平挙動を精度良く計算できる手法を示す。

水平挙動の解析モデルの概念を図8に、解析モデルの概要を表8に示す。以下、本手法を「SPIDRH(Static analysis of Piled-Raft-Horizontal)」と称する。

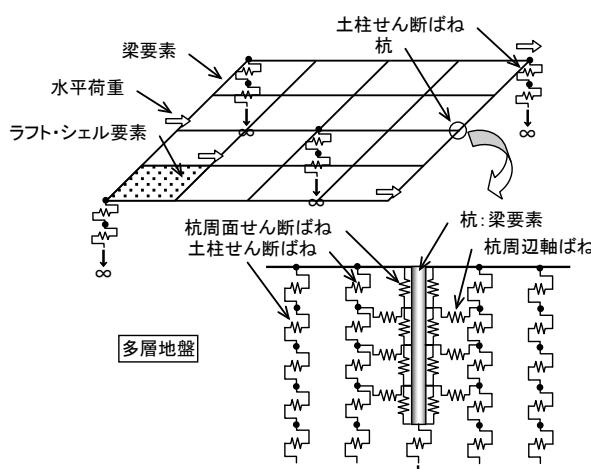


図8 水平挙動解析モデルの概念

表8 SPIDRHの解析モデルの概要

荷重	節点集中荷重、面分布荷重
基礎梁・杭	3次元梁要素
ラフト	3次元シェル要素(曲げ+平面応力)
ラフト下地盤ばね 周辺土柱ばね	Cerrutiの解を、反力分布を剛板分布と仮定して積分。Steinbrennerの方法で多層地盤へ拡張
杭底面地盤ばね	ラフト下と同じ
杭周辺軸ばね 杭周面せん断ばね	薄層法に基づく近似式

#### §5. 水平挙動解析手法

ラフト下の地盤ばね、杭周辺地盤の土柱ばね及び杭と杭周辺地盤を結ぶ軸ばね、せん断ばねの計算法を示す。

##### 5.1 ラフト下の地盤ばね

ラフト自体の水平剛性を剛と仮定すれば、その地反力分は剛板分布となり、せん断応力は(1)式となる。

$$\tau = P \times \left[ \frac{1}{\pi^2 bc} \frac{1}{\sqrt{1-(x-b)^2/b^2}} \frac{1}{\sqrt{1-(y-c)^2/c^2}} \right] \quad (1)$$

ここに、 $b$ :基礎のx方向半幅、 $c$ :基礎のy方向半幅、 $P$ :外力の合計である。

次に地表面原点に単位水平力が加わったときの任意点(x,y,z)の水平変位は Cerruti の解として知られ、(2)式で表される。

$$u_0 = \frac{1}{4\pi GR} \left[ 1 + \frac{x^2}{R^2} + \frac{1-2\nu}{R+z} \left( R - \frac{x^2}{R+z} \right) \right]$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2)$$

ここに、 $\nu$ :ポアソン比、 $G$ :せん断弾性係数である。

よって、地表面の微小領域に荷重  $\tau dxdy$  が加わったときの変位は、(3)式に示す面積分を数値積分すれば求まる。

$$u = \int_0^B \int_0^C u_0(x, y, z) \tau(x, y) dx dy \quad (3)$$

ここに、 $B=2b$ 、 $C=2c$ ( $B$ 、 $C$ :基礎の全幅)である。

(3)式の数値積分上の留意点として、(1)式はラフトの周辺上で分母が0となる特異点を有するが、二重指數関数型積分公式により積分可能となる。また、(2)式は原点(0,0,0)で分母が0となる特異点を有するが、 $x, y$ 座標を極座標( $r, \theta$ )に変換することで計算可能となる<sup>6)</sup>。

ラフト全体の地表面ばねは、単位水平力に対する地表面変位の逆数で表される。(3)式の計算結果から導いた地表面ばねの近似式を(4)、(5)式で表す。

- 短辺加力近似式

$$K = \frac{GB}{2-\nu} \left( 2.32 \frac{C}{B} + 2.22 \right) \quad (4)$$

- 長辺加力近似式

$$K = \frac{GB}{2-\nu} \left( 1.70 \frac{C}{B} + 2.84 \right) \quad (5)$$

図9より、提案する近似式は Pais and Kausel の近似式<sup>7)</sup>と良く整合していることが確認できる。

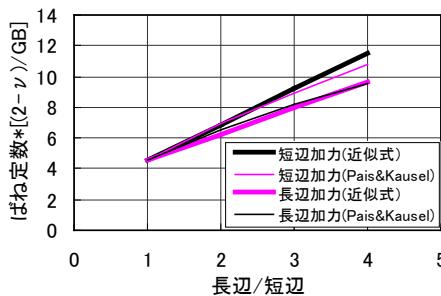


図9 地盤ばねの近似精度

## 5.2 杭周辺地盤の土柱ばね

杭周辺地盤の  $i$  層の土柱ばねを、各土柱の分担水平力を  $p$ 、 $i$  層上下境界の変位を  $u_i$ 、 $u_{i+1}$  として、(6)式で表す。

$$k_i = p / (u_i - u_{i+1}) \quad (6)$$

各土柱の分担水平力  $p$  は(7)式で求めることができる。

$$\begin{aligned} p &= P \times \frac{1}{\pi^2 bc} \left( \int_{x1}^{x2} \frac{1}{\sqrt{1-(x-b)^2/b^2}} dx \right) \times \left( \int_{y1}^{y2} \frac{1}{\sqrt{1-(y-c)^2/c^2}} dy \right) \\ &= P \times \frac{1}{\pi^2 bc} [b \{ (\sin^{-1}(x2/b) - \sin^{-1}(x1/b)) \}] \\ &\quad \times [c \{ (\sin^{-1}(y2/c) - \sin^{-1}(y1/c)) \}] \\ &\quad \dots \dots \dots \quad (7) \end{aligned}$$

ここに  $(x1, y1)$ 、 $(x2, y2)$  は土柱分担領域の x-y 座標である。

(6)式の地中変位は(3)式を数値積分すれば求まるが、本報ではこれを簡便に求めるため近似式で表すこととする。図 10 に平面形状を  $40 \times 40$ 、 $20 \times 80$ 、 $80 \times 20$ (m)、ポアソン比を 0.3、0.45 とし、地表面変位で基準化したときの(3)式の数値積分による地中変位を示す。これから

地中変位は平面位置や辺長比、ポアソン比の影響が小さいため、Z の関数として(8)式の近似式で表す。

$$u(Z) = \exp(-1.36Z^{0.5}), Z = z / \sqrt{BC} \quad (8)$$

図 10 に近似式の計算結果を併記するが、パラメータに関わりなく近似式の精度は良いことがわかる。

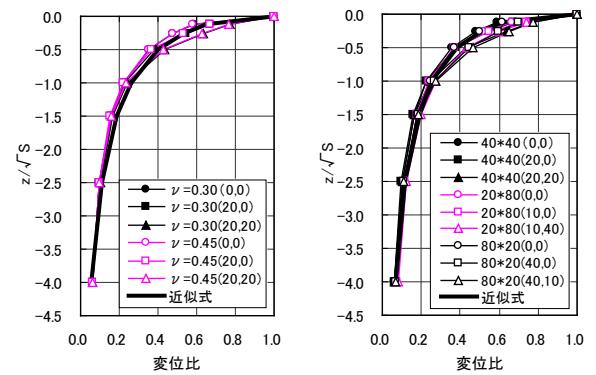


図 10 地中の地盤変位分布(表面変位で基準化)

## 5.3 杭と杭周地盤を結ぶばね

単位層厚当りのばね定数として Novak<sup>8)</sup>の(9)式や Gazetas<sup>9)</sup>の(10)式などがある。

$$k = 4G \quad (9)$$

$$k = 2.4G(1+\nu) \quad (10)$$

これに対して、本報では二次元薄層法<sup>10)</sup>を用いた計算結果から(11)、(12)式のような単位層厚当りの静的な軸ばね  $K_a$  とせん断ばね  $K_s$  の近似式を求めた。

$$K_a = 3G(1+\nu) \quad (11)$$

$$K_s = 1.8r_0(1+\nu)/(1-\nu) \quad (12)$$

ここに  $r_0$  は杭半径を示す。

軸ばねの近似式(11)式は、(9)式と比較すると  $\nu=0.333$  のとき両者は一致し、(10)式と比較すると 2 割程度小さい。

## §6. 水平挙動解析手法の検証

本解析手法の妥当性を検証するために、眞野等<sup>11)</sup>の検討の中のハイブリッドモデルと比較する。図 11 にモデルを示す。杭本数は  $5 \times 5 = 25$  本で、ラフトの大きさ  $10m \times 10m$ 、地盤剛性  $4000kN/m^2$ 、地盤のポアソン比  $1/3$ 、杭間隔/杭径 = 5、杭径  $0.4m$ 、杭長  $10m$ 、杭の曲げ剛性  $40212kN/m^2$  である。

パイルド・ラフト基礎に作用する水平荷重は杭本数 25 本  $\times 100\text{kN} = 2500\text{kN}$ とした。

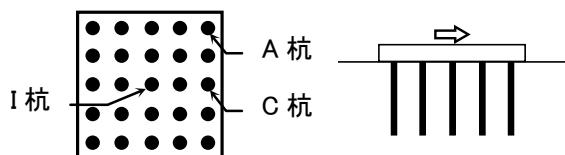


図 11 真野等の CASE2 モデル<sup>9)</sup>

図 12 には本手法と真野等の解析結果<sup>11)</sup>を比較したものを見示すが、両者は良く整合している。

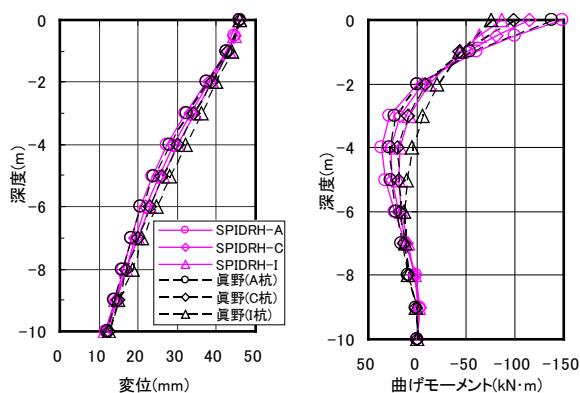


図 12 杭の水平変位と曲げモーメント  
(真野等の解析結果に本手法の解析結果を重ね書き)

## §7. おわりに

本報では、パイルド・ラフト基礎の沈下および水平挙動を算定する手法を示し、妥当性を検証した。

### 1) 沈下解析手法

杭と杭周地盤およびラフトの相互作用を簡易に評価することで、計算精度を保ちつつ、計算負荷を大幅に低減できるモデルを提案した。また、既往の解析結果およびFEM、沈下実測結果との比較により、良い整合性が得られていることを確認し解析モデルの妥当性を確認した。

### 2) 水平挙動解析手法

ラフトおよび杭と地盤の水平相互作用ばねを厳密に基づいた近似式で簡易評価することで、計算精度を保ちつつ、計算負荷を大幅に低減できるモデルを提案した。また、既往の解析結果と良い整合性が得られていることを確認した。

今後は、パイルド・ラフト基礎の適用可能な地盤のデータベースを構築し、設計用の解析ツールとして活用したい。

## 謝辞

本報をまとめるにあたり、終始ご指導いただいた時系列解析センター平澤光春氏に深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会(2008.8) : 杭の鉛直支持力小委員会報告書
- 2) 中西啓二(2010) : パイルド・ラフト基礎の常時及び地震時の挙動と杭の最適配置設計に関する研究、京都大学博士論文
- 3) Kitiyodom, P.、松本樹典(2002) : 有限深さ地盤におけるパイルド・ラフト基礎の簡易変形解析、土木学会第 57 回年次学術講演会Ⅲ pp.1303-1306
- 4) 日本建築学会(2004) : 建築基礎構造設計例集 pp.322-338
- 5) 中川太郎、平澤光春、小林勝巳、佐々木聰、田中良一(2011) : 杭と杭周地盤の相互作用を考慮したパイルド・ラフト基礎の沈下解析手法、日本建築学会大会梗概集 B-1, pp.445-446
- 6) 田治見宏(1970) : 地震工学、p.73
- 7) A.Pais and E. Kausel(1988): Approximate Formulas for Dynamics Stiffness of Rigid Foundations, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 7, pp.213-227
- 8) Novak M, Nogami T & Aboul-Ella F(1978): Dynamic soil reactions for plane strain case, Journal of Mechanical Engineering, ASCE, 104(EM4), pp.953-959
- 9) Gazetas,G., and Dobry,R.(1984): Horizontal response of piles in layered soils, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.110, No.6, pp.937-956
- 10) 下村幸男他(1990.10) : 薄層地盤ばねを用いた杭-地盤系の動的相互作用解析ーその 1、日本建築学会大会梗概集 B, pp.425-426
- 11) 真野英之他(2009.10) : 水平力を受けるパイルド・ラフト基礎の設計法、日本建築学会技術報告集 第 15 卷 第 31 号 pp.707-712

## ひとこと



中川 太郎

パイルド・ラフト基礎は直接基礎に摩擦杭を併用することで沈下を抑制し、基礎に生じる応力を低減するリーズナブルな基礎構法です。本解析手法を用いて設計に寄与し、普及を図りたいと思います。