

地盤の非線形履歴特性のモデル化

中川 太郎 小林 勝巳
佐々木 聡 佐々木 仁

概 要

広範囲のひずみレベルで土質試験結果を精度良く近似し、かつ容易に逐次非線形地震応答解析に取り込むことを目的として、骨格曲線には双曲線モデルを修正したモデル、履歴曲線には Masing 則を満足しつつ、パラメータ α にひずみ依存性をもたせた R-O モデルを利用した非線形モデル(以降 H-R モデルと称す:Hyperbolic & R-O)を定式化した。

このことにより、提案する非線形モデルが、双曲線モデルと R-O モデルの簡便性を保ちながらも広いひずみ領域において土質試験結果の $G/G_0-\gamma$ 関係と $h-\gamma$ 関係を共に精度良く近似することができることを示した。

また、地震応答解析に適用した例を示した。

Modeling of non-linear hysteretic soil

Abstract

To represent the shear modulus and damping ratio of soils under dynamic loading conditions covering a wide range of shear strains, we proposed a hybrid method of modified Ramberg-Osgood model and modified hyperbolic model.

A mathematical theory of skeleton curve was formulated by adding two parameters to the hyperbolic model, and the mathematical theory of hysteresis curve was formulated based on the parameter of Ramberg-Osgood model being dependent on strain.

By doing so, this nonlinear model combines accuracy and convenience. Examples of seismic response analysis employing these models are also presented.

キーワード: 地盤 非線形 履歴特性 地震応答解析
双曲線モデル R-O モデル

§1. はじめに

1.1 背景

土質試験結果のせん断剛性比 G/G_0 と減衰定数 h のひずみ依存性を近似する非線形モデルとして、R-O(Ramberg-Osgood)モデル¹⁾および双曲線モデル²⁾がよく使われている。しかし R-O モデルでは、せん断ひずみの増大にともない応力が上昇するため、大ひずみ領域での適用に注意が必要であり³⁾、双曲線モデルは、履歴曲線が定式化されていないため理論的な減衰特性が定められない⁴⁾など、小ひずみ～大ひずみの広い領域での剛性特性(G/G_0 ・ γ 関係)と減衰特性(h ・ γ 関係)の二つを共に精度良く近似することが難しい。

1.2 目的

本論では、広範囲のひずみレベルで土質試験結果を精度良く近似し、かつ容易に逐次非線形地震応答解析に取り込むことを目的として、骨格曲線には双曲線モデルを修正したモデル、履歴曲線には Masing 則を満足しつつ、パラメータ α にひずみ依存性をもたせた R-O モデルを利用した非線形モデル(以降 H-R モデルと称す:Hyperbolic & R-O)を定式化した。

§2. 定式化

2.1 H-R モデルの特徴

H-R モデルの概念を図 1 に示し、H-R モデルの特徴を以下に示す。

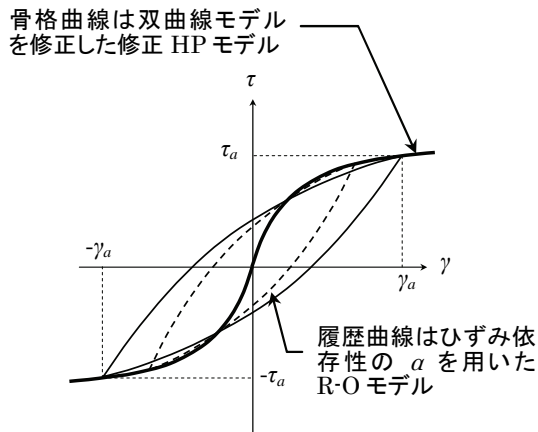


図1 H-R モデルの概念

- 1) 骨格曲線に双曲線モデルを修正したモデル(以降、修正 HP(双曲線:Hyperbolic)モデルと称す)を用いる。
- 2) 履歴曲線に R-O モデルを用いる。ただし、R-O モデルのパラメータ α にはひずみ依存性を考慮する。

- 3) 履歴曲線のパラメータ α を過去の経験最大ひずみの関数とすることにより、上記 1)、2)の条件を満足した上で Masing 則を適用させる。

2.2 H-R モデルの骨格曲線

双曲線モデルは(1)式で示される⁴⁾。

$$\tau = \frac{\gamma \cdot G_0}{1 + \gamma / \gamma_f} \quad (1)$$

ここに、 τ :せん断応力、 γ :せん断ひずみ、 G_0 :初期せん断剛性、 γ_f :基準ひずみである。

なお後述の G は $G = \tau / \gamma$ で定義される割線剛性である。

本論で提案する修正 HP モデルは、 G/G_0 ・ γ 関係の近似精度を上げるために(1)式に 2 つのパラメータを追加したものであり、(2)式で表される。

$$\tau = \frac{\gamma \cdot G_0}{1 + \{(\gamma - \gamma_m) / (\gamma_f - \gamma_m)\}^\lambda} \quad (2)$$

ただし、 $\gamma < \gamma_m$ の場合は $\tau = \gamma \cdot G_0$ とする。

ここで、 λ と γ_m は今回導入したパラメータであり、骨格曲線の形状の自由度を高めるものである。

$\lambda < 1.0$ としたときは、基準ひずみより小ひずみ領域の G/G_0 を双曲線モデルより小さくするとともに基準ひずみより大ひずみ領域での G/G_0 を大きくする効果がある。また $\lambda > 1.0$ の場合は逆の効果をも有する。

γ_m は $\gamma = \gamma_m$ で $G/G_0 = 1.0$ とする効果を有する。すなわち剛性低下が始まるひずみを γ_m により規定でき、またその影響は剛性低下が始まる微小ひずみ近傍のみである。このことは、 λ を導入することにより生じる小ひずみ領域の誤差を補正する効果をもたらすことを意味する。

以上の λ および γ_m の導入により、小ひずみから非線形解析で対象となると考えられる大きさのひずみ領域まで、土質試験結果の G/G_0 ・ γ 、 h ・ γ 関係を精度良く近似できることを後述の例で示す。

2.3 H-R モデルの履歴曲線

本論では G/G_0 ・ γ 関係の近似精度を確保するために双曲線モデルを修正して用いているが、これに直接 Masing 則を適用すると、修正 H-D モデルと同様に減衰が過大になる。そこで、これを防ぐために R-O モデルを利用する。

R-O モデルの骨格曲線は(3)式で表される。

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{r-1} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $\tau_0 = G_0 \cdot \gamma_f$ 、 α 、 r :パラメータである。

R-O モデルに Masing 則を適用すると、履歴曲線は骨格曲線を τ 軸と γ 軸の両方に対して 2 倍したものとすることから、(4)式で表せる⁵⁾ (τ_a 、 γ_a は図 1 を参照)。

$$\frac{\tau - \tau_a}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_a}{2}\right) \quad (4)$$

パラメータ r は(3)式に Masing 則を適用した場合の、(5)式で示される減衰定数から求めることができる。

$$h = \frac{2(r-1)}{\pi(r+1)} \cdot \left(1 - \frac{G}{G_0}\right) \quad (5)$$

次に、(3)式を α について解くと(6)式が得られる。

$$\alpha = \left(G_0 \frac{\gamma}{\tau} - 1\right) / \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{r-1} \quad (6)$$

(6)式より、 α は定数ではなく、せん断ひずみ γ が大きくなるに従い大きくなるというひずみ依存性があることがわかる。しかしながら、従来 α は定数として扱われており、このことが R-O モデルの骨格曲線が土質試験結果を必ずしも精度良く模擬できないことの一因と考えられる。

ここで、 α をひずみ依存性として扱う際の α の求め方について、以下に示す 2 つの方法が考えられる。

- 1) (6)式の右辺の G_0 、 γ 、 τ 、 τ_0 、 r に土質試験から得られた値を代入して求める方法
- 2) (2)式の修正 HP モデルの骨格曲線を利用する方法

第一の方法は、地震応答のように任意のひずみに対応するためには、内挿もしくは外挿する必要がある。特に応答ひずみが土質試験結果の範囲を超える場合は外挿する必要があるが、適切な外挿方法を見つけることは困難である。

本論で提案するのは第二の方法であり、 α をひずみの関数として扱うものである。この場合にも第一の方法と同様、外挿方法が問題となるが、本論では骨格曲線として修正 HP モデルを採用することにより対処する。

修正 HP モデルは非常に精度良く G/G_0 - γ 関係を近似できるため、 α のひずみ依存性も精度良く近似できる。また、骨格曲線が定義されているため、ひずみ依存性を有する α を定式化できる。すなわち、(2)式の τ を(6)式に代入すれば(7)式となる。

$$\alpha = \left(\frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma_f - \gamma_m}\right)^\lambda \cdot \left[\frac{\gamma_f}{\gamma} \left\{1 + \left(\frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma_f - \gamma_m}\right)^\lambda\right\}\right]^{r-1} \quad (7)$$

ここで地震応答解析においては、(7)式の α を刻々変化するひずみに依存する関数とすると、載荷から除荷あるいは逆に除荷から載荷に変化して骨格曲線から外れる場合にも α は応答ひずみに応じて常に刻々と変化するため、履歴曲線を Masing 則で表すことができない。そこで、過去の正側あるいは負側の最大ひずみに達した時点の α の値を定数として、最大ひずみが更新されるまでその値を用いるとする。このことより、Masing 則の適用が可能となる。

すなわち、パラメータ α は骨格曲線上ではひずみに依存して刻々変化し、履歴曲線上では経験最大ひずみ γ_a で規定される定数となる。

2.4 パラメータ α のひずみ依存性と近似精度

ここで、後述する地震応答解析に用いた地盤モデルにおいて土質試験結果によるパラメータ α がひずみ依存性を有することを示すとともに、H-R モデルで土質試験結果を良好に近似できることを示す。

図 2 に、(6)式で求めた土質試験結果(Test)の α と、(7)式を用いて計算した H-R モデルの α の比較を示す。なお、基準ひずみ γ_f は粘性土で 0.13%、砂質土 1 で 0.09%、砂質土 2 で 0.04% である。通常、R-O モデルでは基準ひずみでの値を定数として用いることが多いため、その値(R-O と表記、 $\alpha=2^{r-1}$)も併記する。

図の土質試験結果の α は基準ひずみより小さいひずみ領域では基準ひずみ時の α より小さく、基準ひずみを超えると急激に大きくなっており、H-R モデルはこれを精度良く近似できている。

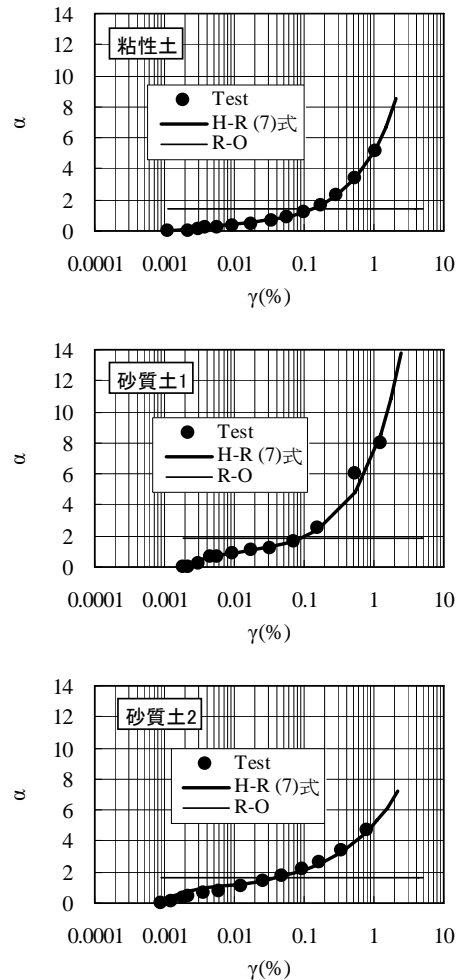


図 2 パラメータ α のひずみ依存性

2.5 H-R モデルのパラメータの計算手順

H-R モデルのパラメータの計算手順を以下に示す。

- 1) (2)式において、基準ひずみ γ_f は $G/G_0=0.5$ となるひずみ、最小ひずみ γ_m は $G/G_0=1.0$ から剛性低下が始まるひずみとすると、実質的に求めるパラメータは λ のみである。そこで、骨格曲線の実験値と(2)式による計算値の残差平方和が最小となるように最小二乗法で λ を求める。
- 2) 減衰定数の実験値と(5)式の計算値の残差平方和が最小となるように、最小二乗法でパラメータ r を求める。
- 3) パラメータ α は、上記パラメータ値、および載荷履歴あるいは地震応答解析中の過去の最大ひずみ γ_a を(7)式に代入することにより求められる。

§3. $G/G_0-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係の近似精度と地震応答解析

本章では、H-R モデルの土質試験結果の良好な近似精度を R-O、HP(双曲線)の両モデルとの比較により示すとともに、地震応答解析結果の $\tau-\gamma$ 関係に及ぼす影響について考察する。

3.1 地盤モデル

表 1 に地盤モデルを示す。地盤モデルは文献 3)を参考に表層地盤の固有周期 $T=0.31(s)$ の Case1(地盤-1)と、固有周期 $T=0.80(s)$ の Case2 の 2 種類設定した。

ただし、非線形特性を示す $G/G_0-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係は土質試験結果を元に設定し、Case1 と Case2 のそれぞれの層に対して、土質試験を行った地盤に似た非線形タイプをあてはめた。非線形タイプは Case1 と Case2 共通で、粘性土 1 種類と砂質土 2 種類とした。

表1 地盤モデル

層番号	Case1(地盤-1)			
	深度 D(m)	$\rho(t/m^3)$	$V_s(m/s)$	非線形 Type
1	3.2	1.7	130	砂質土 1
2	5.7	1.8	340	砂質土 2
3	10.0	1.7	280	粘性土
4	17.6	1.9	380	砂質土 2
5	基盤	2.1	510	—
層番号	Case2(地盤-3)			
	深度 D(m)	$\rho(t/m^3)$	$V_s(m/s)$	非線形 Type
1	17.7	1.8	130	粘性土
2	28.5	1.9	250	砂質土 1
3	36.1	1.9	360	砂質土 2
4	基盤	1.9	430	—

3.2 各モデルの骨格曲線と履歴曲線

各モデルの骨格曲線と履歴曲線の概要を表 2 にまとめて示す。

履歴曲線は H-R、R-O、HP 各モデルとも(5)式に示す減

衰定数を満足する Masing 則に基づくものとしているが、骨格曲線 G/G_0 がそれぞれ異なる。パラメータ α に関しては、H-R、HP モデルでは(7)式によるひずみ依存の値としており、R-O モデルは既往のモデルと同じく定数としている。

表 2 非線形モデルの違い

モデル 曲線	H-R	R-O	HP
骨格曲線	(2)式	(3)式	(1)式
履歴曲線	Masing 則に基づく(4)式		
	パラメータ α はひずみ依存性を示す(7)式	パラメータ α は定数: $\alpha=2r^{-1}$	パラメータ α はひずみ依存性を示す(7)式
備考	本論の提案モデル	既往の R-O モデルと同じ	骨格曲線を双曲線モデルとし、履歴曲線は H-R と同じモデル

3.3 $G/G_0-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係の近似精度

H-R、R-O、HP 各モデルによる $G/G_0-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係の近似精度を比較検討する。図 3 に土質試験結果の $G/G_0-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係とそれぞれのモデルでの近似結果を示す。なお、H-R モデルのパラメータの計算手順は 2.5 節に示したが、他のモデルのパラメータは次のように扱った。

表 2 に示すように、HP モデルと H-R モデルの相違は骨格曲線のモデル化にあり、HP モデルでは(1)式において基準ひずみ時の G を用いた。また R-O モデルのパラメータ r は H-R モデルと同じであり、パラメータ α は定数として基準ひずみ時の値を用いた。

粘性土についてみると、H-R モデルでは全ひずみ領域において $G/G_0-\gamma$ 関係を良く近似できている。これは(2)式に示す 2 つのパラメータ λ と γ_m の効果と考えられる。 $h-\gamma$ 関係は 0.01% より大ひずみ領域では試験結果を良く近似できているが、0.01% より小ひずみ域では試験結果より小さい値である。これは Masing 則を用いていることによるもので、(5)式より G/G_0 が 1 に漸近するに従い h が 0 に近づくためである。

R-O モデルの G/G_0 は基準ひずみより小ひずみ領域では試験結果より小さく、基準ひずみより大きいひずみ領域では試験結果より大きい。この傾向は後述する砂質土 1、2 に比較して顕著である。

一方 h は基準ひずみより小さいひずみ領域では試験結果より大きく、基準ひずみより大きい領域では試験結果より小さい結果である。

h_{max} を変えることで R-O モデルの近似度が変わってくるが、対象とした粘性土の R-O モデルの近似精度が良くない理由の一つとして、 α を基準ひずみ時の定数としたことが挙げられる。

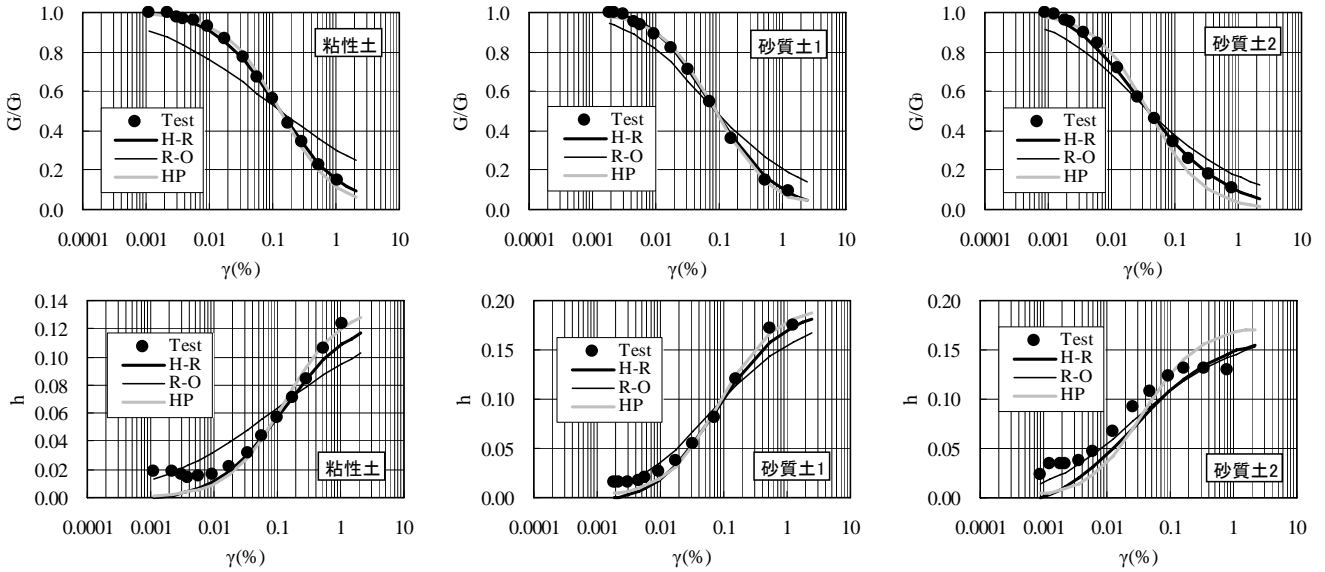


図3 G/G_0 - γ 関係, h - γ 関係

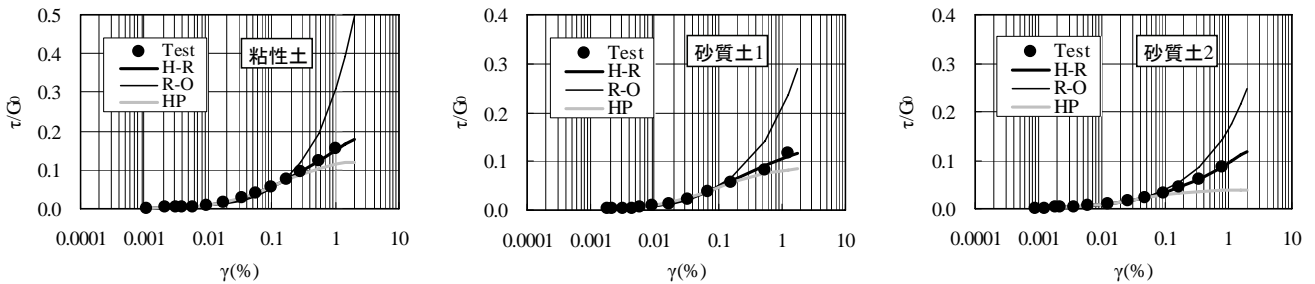


図4 基準化骨格曲線 τ/G_0

HP モデルの G/G_0 - γ 関係は試験結果を概ね良好に近似しているが、H-R モデルと比べると基準ひずみを境に大小関係が逆転しており、H-R モデルの方が近似精度は良く、パラメータ λ の効果が見られる。

砂質土 1 についても同様の傾向であるが、各モデル間の差は他の土質に比べそれほど大きくはない。

砂質土 2 に関しては、H-R モデルと HP モデルの差は他の土質に比べ大きい。 G/G_0 は基準ひずみを境に両者の大小関係が逆転しており、H-R モデルの方が試験データの近似精度が良く、 λ の効果が見られる。またこの差は h の近似精度にも影響を及ぼしている。

ここで、改めて各モデルの違いを、 τ を G_0 で除した基準化骨格曲線で比較したものが図 4 である。 γ が 0.1% より大きいひずみ領域で各モデルの差が先の G/G_0 に比べ、より明瞭に出ている。

このひずみ領域での差が地震応答結果に大きく影響することについては後述する。

3.4 地震応答解析結果

前節で G/G_0 - γ 、 h - γ 関係の土質試験結果と各モデル

の近似結果の比較により、H-R モデルは粘性土、砂質土に関わらず、他のモデルに比べ全ひずみ領域で良い近似精度であることを示した。

ここでは、土質試験の近似誤差が地震応答解析結果に及ぼす影響について検討する。

各ケースとも用いた地震波は告示波レベル 2 のランダム位相模擬地震波である。

図 5 にそれぞれ Case1、Case2 の場合の H-R、R-O、HP 各モデルの解析結果の最大ひずみ発生層での τ - γ 関係を示す。図中の太線は骨格曲線、細線は履歴曲線を示す。Case1、Case2 とそれぞれ非線形モデルの違いに関わらず最大ひずみは同一層で発生しており、Case1 は GL-2~3.2m の砂質土 1、Case2 は GL-16.7~17.7m の粘性土である。

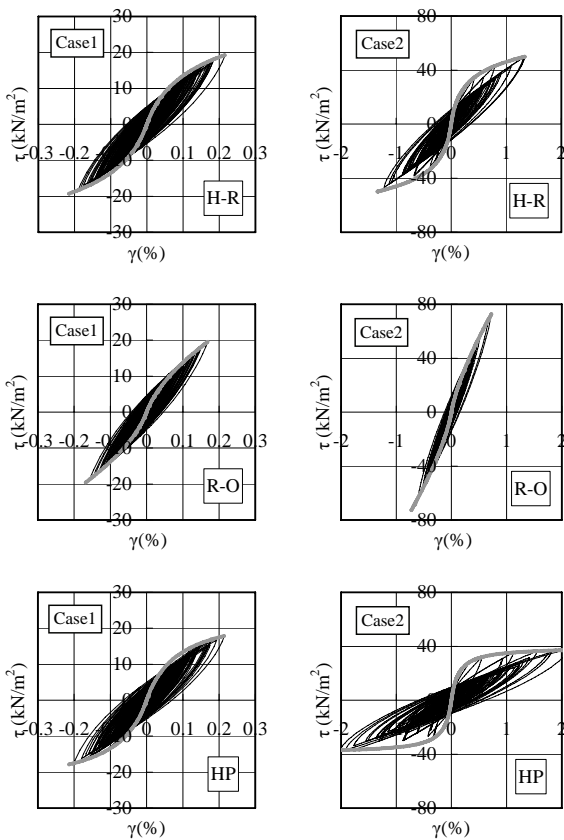
Case1 では、各モデル間の相違はそれほど大きくないが、R-O モデルは若干他より等価剛性が大きい。これは基準ひずみである $\gamma=0.09\%$ より大きいひずみ領域で R-O モデルが剛性を過大評価していることによる。

Case2 では各モデル間の相違が大きく、R-O は等価剛性が大きく急峻な形状、HP はひずみが 0.5% を超えると急

激に進み横長の形状、H-R は両者の中間的な形状である。

最大ひずみはH-Rは1%強のひずみ、HPは2%強のひずみとなっているが、この差異はこの層の大ひずみ領域での剛性評価の違いに因るものと考えられる。

すなわち、図 4 の粘性土の基準化骨格曲線を見ると、0.3%以上のひずみでは H-R と HP の基準化骨格曲線の差が徐々に大きくなり、さらに 1%を超えるとその差はかなり大きくなり、割線剛性は H-R に比べ HP はかなり小さくなる。したがってその差が応答結果に大きく影響したのと考えられる。



(a) Case1 (b) Case2
図5 最大ひずみ発生層での τ - γ 関係

§4. おわりに

以下にまとめを示す。

- 1) G/G_0 - γ 関係を精度良く近似するために、双曲線モデルの骨格曲線に 2 つのパラメータを追加した修正 HP モデルを提案した。
- 2) h - γ 関係を精度良く模擬するために、履歴曲線の R-O モデルのパラメータ α にひずみ依存性を考慮し、かつ R-O モデルと修正 HP モデルを結合した H-R モデルを提案した。
- 3) H-R モデルは土質試験結果との比較において、

G/G_0 - γ 関係については全ひずみ領域において良く近似でき、 h - γ 関係については 0.01%より大きなひずみ領域で良く近似できることを示した。

- 4) 逐次非線形地震応答解析で H-R、R-O、HP 各モデルの比較を行った。土質試験結果に対する大ひずみ領域での G/G_0 - γ 、 h - γ の近似精度は H-R が良く、R-O は剛性を硬めに、HP は剛性を柔らかめ評価する傾向であったが、地盤状況によってはその結果が応答結果に顕著に表れることを示した。
- 5) H-R モデルの実用的な利点は次の点である。
 - H-R モデルのパラメータは、R-O モデルのパラメータと同程度の簡便さで求めることができる。
 - 地震応答解析に関しては、パラメータ α を各時間ステップの中で、最大ひずみが更新されるごとに規定し直すように既存の R-O モデルのプログラムを改良するだけで、H-R モデルを組み込むことができる。

謝辞

本報をまとめるにあたり、終始指導いただいた時系列解析センター平澤光春氏に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) Jennings, P. C. : Periodic Response of General Yielding Structure , ASCE, Vol. 90, No. EM2, pp.131-167, 1964
- 2) Hardin,B.O. and Drnevich,V.P. : Shear Modulus and Damping in Soils, Design Equations and Curves, Proc. ASCE, SM7, pp.667-692, 1972
- 3) 日本建築学会:建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計, 2006
- 4) 国生剛治, 桜井彰雄:Modified Hardin-Drnevich モデルについて, 土木学会第 33 回年次学術講演会梗概集 第三部 pp.116-117, 1978
- 5) 地盤工学会:地盤・基礎構造物の耐震設計, 2001

ひとこと

東北地方太平洋沖地震による建物被害は記憶に新しいところですが、今後発生する地震に対する被害低減に関して、地盤解析技術という側面から寄与できればと思います。



中川 太郎