

電気浸透現象の解析手法に関する一考察

仲 沢 武 志

概 要

汚染された粘性地盤を原位置で浄化することは、透水性が低いこと等に起因して一般には困難な問題となる。透水性の低い地盤に直流電流を流すことで土中水を強制的に移動させる方法として電気浸透現象があり、近年地盤汚染問題への適用が注目されつつある。

建設分野では当初軟弱地盤の改良に採用されたが、その有効性の事前評価等の目的で使用される解析手法は、未だ十分に整備されているとは思われない。そこで、本文では、この電気浸透現象における一般化された1つの支配方程式を導き、有限要素法で離散化することで種々の問題に用いることができる解析手法を提案する。

Consideration of General Numerical Analysis for Electro-osmotic Methods

Abstract

The cleanup of low permeability soils presents a number of difficulties. However, in recent years, electro-osmotic methods have been investigated as a promising option for the treatment of such soils. Electro-osmosis forces groundwater into motion by applying direct electric current to the soil.

Originally electro-osmotic methods were applied to improve ground conditions at construction sites. However, there was no general prediction analysis for applying this method to practical problems.

In this report, a generalized governing equation for the electro-osmotic behavior was proposed and a numerical method using Finite Element Method for practical applications was discussed.

キーワード: 汚染地盤, 浄化, 透水,
電気浸透

§1. はじめに

粘性土のような細粒分の多い地盤に直流電流を流すと、土中水分が移動することが古くから知られている。当初、建設分野においてこの現象は、軟弱地盤の改良に用いられた。Casagrande 等が掘削の困難な軟弱地盤での地下鉄工事を成功させた例が報告されている¹⁾。これは、高い含水量をもった軟弱地盤に直流電流を流すことで電気浸透現象を発生させ、その水分移動による脱水効果で地盤の含水量を低下させることで、そのままの状態では不可能であった掘削行為を可能としたものである。彼らはこの時、電気浸透現象を定量的に予測できる手法も提案しているが、その中で電気浸透透水係数という物性値を導入している。以来、この電気浸透透水係数の計測に関する研究がなされた時期があった²⁾。しかしながら、Casagrande 等の定量化手法は基本的に1次元的な考察に留まっている問題がある。また、我が国においては明確な成功例が報告されないままこの分野の研究は一時衰退していたように思われる³⁾。

ところが、近年、環境問題が社会的に注目される中で、地盤や地下水の汚染に対する浄化手法に、この電気浸透現象やこれとよく似た挙動を示す電気泳動現象を適用しようという試みがなされてきている⁴⁾⁵⁾。

一方、地盤や地下水の汚染は一般に多次元的であり、浄化における効果を検討するには多次元的な解析手法が必要であるものと考えられる。Casagrande 等の時代には、多次元問題を容易に解析できる手法は一般的ではなかったのに対し、近年では有限要素法のような数値解析手法が発達したため任意の境界条件で比較的容易に予測解を得ることが可能となってきた。

そこで、本文では、地盤や地下水における汚染の浄化行為において電気浸透現象を採用するとき、事前の評価や浄化の効率の定量化に必要な一般化された解析手法について記述する。これは、基本的に Casagrande 等の手法を拡張したものであり、任意の初期値・境界値問題に適用できるものである。

§2. 従来の概念(Casagrande 等の手法)

2.1 電気浸透現象の概念

図1は、電気浸透現象を模式的に示したものである。粘性地盤は一般にその表面はマイナスに帯電していることが多い。よって、その境界付近の水は電気的にプラスの傾向を強く持つといわれている。この状態で、直流電流を流すとプラスの性質をもった領域の水はマイナス電極の

方向に移動する。これが電気浸透現象である⁶⁾。

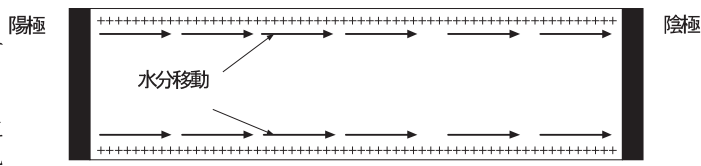


図1 電気浸透現象

2.2 Casagrande による定式化

ここでは、多次元に拡張した解析手法を記述する前に、既往の電気浸透透水係数の概念や考え方を説明する。

電気浸透透水係数は、電気浸透現象によって生じる土中の水分の移動量を見積るための物性値で、1次元の場合には、次式のように表わされている。

$$Q_e = k^{(e)} \frac{dV}{dx} A \quad (1)$$

ここに、 Q_e : 電気浸透による流量、 $k^{(e)}$: 電気浸透透水係数、 V : 電位差、 A : 通水断面積を示す。なお、電気浸透透水係数の詳細を次式のように解釈することもある。

$$k^{(e)} = \frac{e}{1+e} \frac{D\zeta}{4\pi\eta} = \frac{e}{He} \alpha \quad (2)$$

ここに、 D : 水の透電率、 ζ : 界面動電位（ゼータ電位）、 η : 粘性係数を表わす。このうちゼータ電位という量は重要で、この値の正負によって土中水分の動く向きが決まるものとされている。なお、一般的には粘性土の表面はマイナスに帯電していて、土中水もマイナス極に動くことが多い。

さて、式(1)を土の透水性を表わすダルシー則のような形で表わすために両辺を断面積で割ると次式を得る。

$$\frac{Q_e}{A} = v^{(e)} = k^{(e)} \frac{dV}{dx} \quad (3)$$

ここに、 $v^{(e)}$ は電気浸透によって生じる流速を表わす。式(3)の電気浸透透水係数の符号は式(2)のゼータ電位の符号によって決まることに注意する。すなわち、ゼータ電位がマイナスの場合、電気浸透透水係数はマイナスの値となり、土中水はプラス極からマイナス極へ流れることとなる。また、ゼータ電位がプラスの時には、電気浸透透水係数はプラスの値となって、土中水はマイナス極からプラス極へ流れる。

以上の定式化を多次元に拡張する場合には、電気浸透挙動を式(3)のように表わした方が扱いやすい。なお、電気浸透透水係数の1次的な扱いにおける既往の研究¹⁾では、その値に対して $0.5 \times 10^{-4} [(\text{cm/s}) / (\text{V/cm})]$ が1次元近似的に採用できるとされている。この電気浸透透水係

数の単位は、単位長さあたりの電位差を見通しよくするためにこのように表わされている。

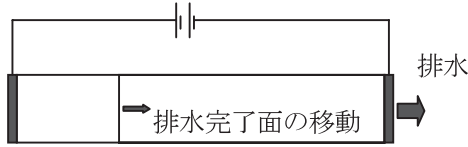


図2 電気浸透での排水モデル

なお、地盤改良に関しては脱水時間が重要となる。参考までに、図2に示す模式図のような場合、これは次式のように得られるものとされている。

$$T_e = \frac{1}{2\alpha V} \left\{ L^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda'} + 1 \right) \right\} \quad (4)$$

ここに、 T_e : 脱水完了時間、 λ, λ' : 脱水領域と未脱水領域の電気伝導率、 L : 領域長さを示す。

2.3 従来の定式化の課題

以上の説明から、従来の定式化に含まれている課題を示すと以下の2点が挙げられる。

- 1) 式(1)が従来基本的に1次元であること
- 2) 式(4)において λ から λ' への変化が階段的であること

有限要素法のような数値解析により、任意の初期値・境界値問題で計算できるようにするためには多次元に拡張する必要がある。さらに、電気伝導率は脱水状態で階段的に変化するのではなく、各水分量に依存した形で除々に変化するものと考えられる。そこで、以下に、この課題を解決できる1つの定式化を示す。

§3. 電気浸透モデルの多次元化

有限要素法のような数値解析手法によって任意の初期値・境界値問題を計算するには、式(3)から明らかのようにまず各節点における電圧を求める必要がある。その結果に基づいて電気浸透挙動を把握することになる。そこで、ここでは、電気浸透現象の定式化だけでなく電気現象についても若干説明する。

3.1 電気現象

電気的な現象を計算するには電気分野で通常用いられているオームの法則をそのまま使うことが可能であろう。多次元でのオームの法則は次式となる⁷⁾。

$$I_i = -\sigma_{ij} V_{,j} \quad (5)$$

ここに、 I_i : 電流密度、 σ_{ij} : 電気伝導率を示す。物性が等方性であるときには $\sigma_{ij} = \sigma \delta_{ij}$ と表わすことができる。ここに、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。式(5)を構成則として場の方程式である電荷保存則とともに有限要

素法等で離散化すれば、解析領域内での各節点の電位を計算することができる。

3.2 電気浸透現象の定式化

電気浸透現象を多次元に拡張するには、式(3)を多次元に拡張する必要がある。これは、式(5)と同様に次式のように書くことで可能となる。

$$v_i^{(e)} = k_{ij}^{(e)} V_{,j} \quad (6)$$

なお、物性が等方性であるときには $k_{ij}^{(e)} = k^{(e)} \delta_{ij}$ と書くことができることは電気現象と同様である。

3.3 動水勾配での水分移動の考慮

原地盤を対象として土中水の移動を把握する際、動水勾配による通常の浸透現象を伴うことが普通であるものと考えられる。そこで、ここでは電気浸透現象に動水勾配による土中水の移動を組み込む。

動水勾配による流速は、次式に示す通常のダルシー則を用いる。

$$v_i^{(D)} = -k_{ij}^{(D)} h_{,j} \quad (7)$$

これと電気浸透現象による流速式(6)を次式のように加算することで全体の流速を求める。

$$v_i^{(T)} = (v_i^{(D)} + v_i^{(e)}) = -k_{ij}^{(D)} h_{,j} + k_{ij}^{(e)} V_{,j} \quad (8)$$

このように2つ現象が同時に生じる場合、多相系材料のように、これらの間の関連や相互作用の影響など種々の検討事項が含まれる可能性もあるが⁸⁾、ここでは単なる重ね合わせて計算できるものとする。

ここで示したように、式(5)と式(8)を用いることで多次元的な電気浸透現象を計算することができる。そこで、以下に任意条件での解析が可能となるように有限要素法でこれらの式を離散化する手順について記述する。

§4. 支配方程式

前節では、電気浸透現象の解析に用いる構成則について記述したのであるが、実際に予測解析など実施する際には、場の方程式も含めた支配方程式を求めておく必要がある。以下に電気現象と電気浸透も含めた浸透現象の支配方程式を示す。

4.1 電気現象の支配方程式

電気現象に対する場の方程式⁹⁾は次式のような電荷保存則となる。

$$I_{i,i} + \frac{\partial \rho^{(e)}}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

ここに、 $\rho^{(e)}$: 電荷密度を表わす。なお、この場合、電流密度 I_i や電荷密度 $\rho^{(e)}$ は一般に場所と時間の関数となる。式(9)の左辺第1項に電気現象での構成則式(5)を代入すると次式が得られる。

$$(\sigma_{ij}V_{,j})_{,i} = \frac{\partial \rho^{(e)}}{\partial t} \quad (10)$$

式(10)が電気現象に対する支配方程式である。

なお、式(10)において電荷密度の時間変化がないものとすれば次式を得る。

$$(\sigma_{ij}V_{,j})_{,i} = 0 \quad (11)$$

これは定常電流での保存則を与えている。

4.2 浸透現象の支配方程式

飽和・不飽和状態での浸透現象における場の方程式⁹⁾には次式が用いられる¹⁰⁾。

$$\rho^{(w)}v_{,i} + \frac{\partial(\rho^{(w)}\theta)}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

ここに、 $\rho^{(w)}$:水の密度、 θ :土の体積含水率を示す。電気現象と同様に式(12)の左辺第1項に電気浸透現象も含めた透水現象の構成則式(8)を代入すると、透水現象に対する支配方程式を次式のように得ることができる。

$$(k_{ij}^{(D)}h_{,j} - k_{ij}^{(e)}V_{,j}) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (13)$$

なお、式(12)の流速 v_i には、この場合式(8)の流速 $v_i^{(T)}$ が相当することに注意する。また本文では簡単のため水の密度変化は無視できるものとした。

実際の浸透流解析では、式(13)の右辺をさらに展開し、水頭圧が目的変数となるように定式化されている。その手順を以下に示す¹⁰⁾。

体積含水率 θ は次式で定義されている。

$$\theta = nS_r \quad (14)$$

ここに、 n は土の間隙率、 S_r は飽和度($0 \leq S_r \leq 1$)である。よって、体積含水率の変化は次式のように書き換えることができる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = n \frac{dS_r}{dt} + S_r \frac{dn}{dt} \quad (15)$$

式(15)の右辺第2項は圧密などによる土の間隙率の時間変化を表わし、土の変形と浸透現象が連成するときには重要なものとなる。しかしながら、本文では浸透現象のみに着目することとし、この項の影響は考えないものとする。このように扱えば、式(13)は次式のように書き換えられる。

$$(k_{ij}^{(D)}h_{,j} - k_{ij}^{(e)}V_{,j}) = c(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (16)$$

ここに、 $c(\phi) = d\theta / d\phi$ は比水分容量といわれている。これは、圧力水頭 ϕ の増分に対する体積含水率の変化の割合を表わす。

§5. 数値解析例

§ 3. で電気浸透現象における支配方程式を導いた。

予測解析などで実際に用いる式は式(11)ならびに式(16)である。ここではその適用性を、別途実施した室内模型試験を例に示す。

5.1 計算手順

本解析における支配方程式(11)および(16)を有限要素法で離散化して解析プログラムを開発することが可能となる。このとき、式(11)と式(16)を各々単独で計算して、解を得ることも可能であるが、そのような手順では相当な労力を強いられる。そこで、本文では応力・浸透流連成解析手法等¹¹⁾を参考にして、これらの式を連成させて扱うものとする。また、浸透現象は電気現象に比べてはるかに遅いこと、領域内で電荷の湧き出しや消滅がないことを前提として、簡単のため電気現象については準静的であるものとする。

5.2 解析例となる室内模型試験

解析例として図3に示すような室内模型試験を計算する。実施した室内模型試験の概要を記す。幅 29cm 高さ 10cm で奥行きが 10cm 規模の供試体である。試料は藤森粘性土を用いた。試験時の含水比が概ね 43%位で実験を実施している。また境界条件として、図4に示すように、陽極を復水井戸とし、陰極を揚水井戸としている。これは電気浸透現象において電位がマイナスであるときには陰極側に水分が移動することにより合理的な設置を勘案してのことである。供試体作成と試験系に関する内容を踏まえ、実験は、まず電圧を作用させない状態で陰極側から室内チューブ型定量ポンプで揚水を行い、その単位時間あたりの揚水量を計測した。その後、各々 3V, 6V, 12V ないし 6V, 12V の電圧を段階的に作用させ、無電位状態と同じように各電圧での単位時間あたりの揚水量を計測した。なお、陽極側の電極は直接ケーシングを用いず、補助的な孔を空け、そこに鉄筋バーなどを差し込む形で試験を実施している。このとき、復水井戸周辺で可能な範囲で均一に電圧を作用させることを目的に陽極側井戸の周辺に 4 本の電極を設置した。

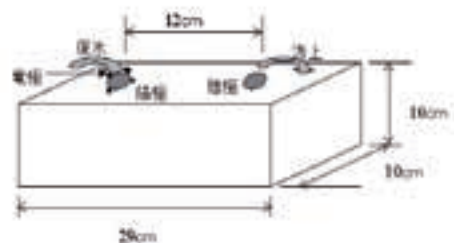


図 3 実験概要

5.3 実験結果

図4に実験結果として得られた作用電圧と揚水の関係を示す。なお、図中の case1 から case4 は同じ条件と手順で作成されている。また、これらの図は作用電圧ゼロのときの揚水量で正規化して記して

ある。この図から、揚水量は、作用電圧が上昇するにつれて作用電圧に比例した形で電気浸透の効果が上乗せされることがわかる。

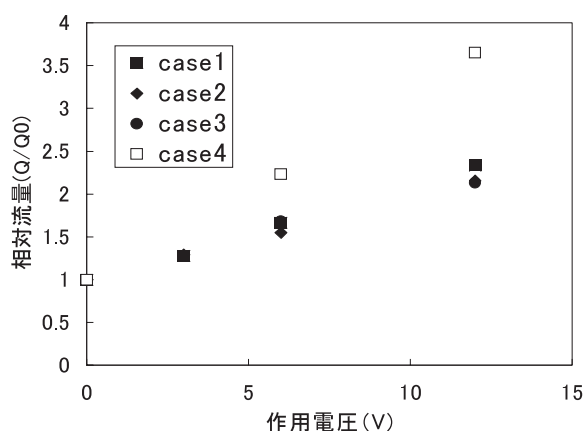


図4 作用電圧と揚水量の関係

この実験結果と本文で示している電気浸透モデルから、ここでは各供試体の物性値を推定することでモデルの適用性を示すこととする。

本来モデルの適用性は、適切な要素試験から物性値を求め解析モデルに入力して解析対象の挙動を予測し、実験結果と照合してその適用性を判断するものと考えられる。しかしながら、ここでの実験のように、電気浸透透水係数を要素試験から計測するのは容易でないこと、また用いた藤森粘性土のように透水性が低い試料の場合、その透水係数自体の計測も容易ではない可能性があることなどを勘案して、物性値推定という形で適用性を検討することとした。

5.4 物性値推定

ここで考えるような物性値を求める問題は、材料特性逆問題に属すると思われる^{1,2)}。その分野では不適切な問題を持ったとしても合理的に物性値を推定する手法が研究されているが、本文ではここで示した定式化の適用性をまず検討するものとしてトライアルに物性値を求めるものとした。ここで推定する物性値は透水係数、電気伝導度さらに電気浸透透水係数であるが、その計算手順を以下に示す。

段階1：作用電圧ゼロの状態の揚水量から透水係数を求める。

段階2：各作用電圧における電極電流から電気伝導度を求める

段階3：上で求めた透水係数と電気伝導度を固定した上で各作用電圧における電気浸透透水係数を求める

以上の手順で求められる物性値と実験結果と比較を次に示す。

図5 (a) から図5 (d) に、推定された透水係数と電気浸透透水係数を用いた計算結果と実験結果の比較を示す。

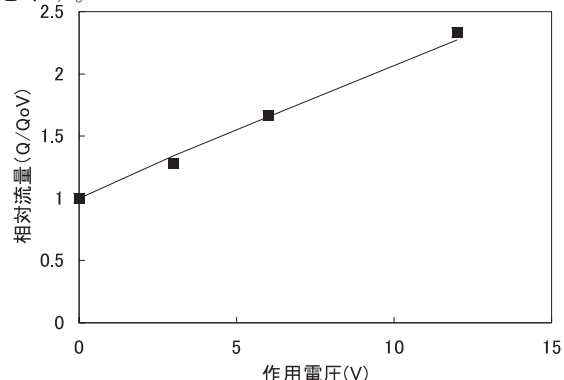


図5 (a) 実験結果と推定物性値による計算結果 (case1)

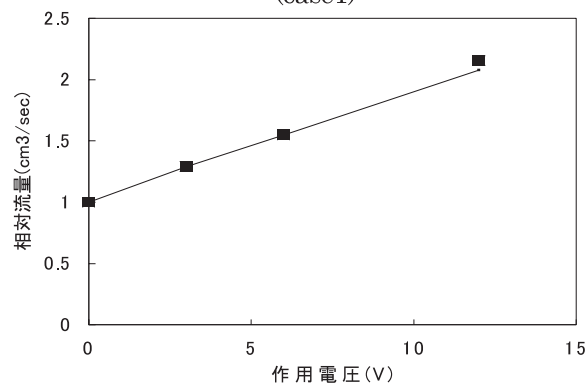


図5 (b) 実験結果と推定物性値による計算結果 (case2)

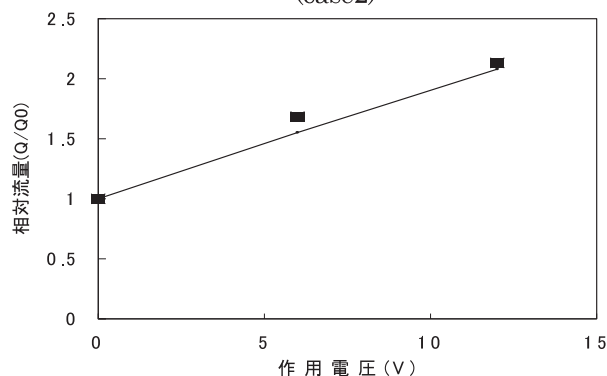


図5 (c) 実験結果と推定物性値による計算結果 (case3)

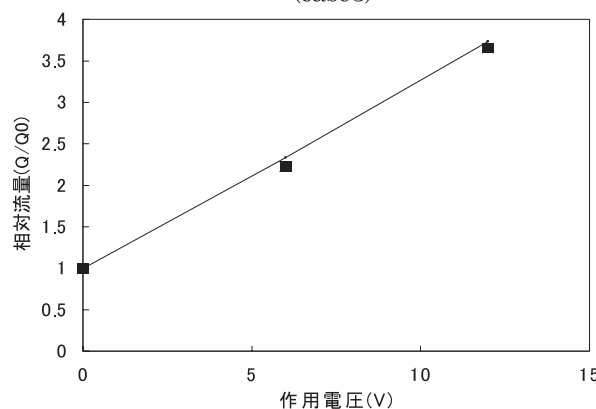


図5 (d) 実験結果と推定物性値による計算結果 (case4)

表 1 推定物性値一覧

case	透水係数 (cm/sec)	電気浸透透水係数 (cm/sec/V/cm)	電気伝導度 (Ω /m)
1	6.5×10^{-5}	2.5×10^{-4}	4×10^{-3} (3V)
			7×10^{-3} (6V)
			9×10^{-3} (12V)
2	9.4×10^{-5}	3.0×10^{-4}	4×10^{-3} (3V)
			8×10^{-3} (6V)
			9×10^{-3} (12V)
3	1.35×10^{-4}	4.5×10^{-4}	3×10^{-3} (6V)
			4×10^{-3} (12V)
4	5.4×10^{-5}	4.5×10^{-4}	3×10^{-3} (6V)
			5×10^{-3} (12V)

また、各試験ケースで推定された物性値を表 1 に一括して示す。ここに、電気伝導度が電圧に依存しているがこれはイオン電動の電気化学的な性質により、電圧と電流が原点を通る形で比例関係にない影響であると考えられる。この点に関してはまた別途詳細な研究を進めることとするが、電気浸透透水係数については実験結果からもほぼ定数であるものとして求められた。なお、その値については従来言われている 1 次近似値である 0.5×10^{-4} (cm/sec/V/cm) よりも若干大きめの値が得られた。

§6. あとがき

従来の電気浸透現象に対する従来の手法を一般化し、有限要素法に離散化することで任意の問題に適用が可能な解析方法について記述した。ここで示した成果は難透水性地盤における汚染の原位置浄化に適用することを念頭においている。電気現象や電気浸透透水係数の不飽和領域における扱いは、未だ実験結果を伴わない。この点に関して、今後、さらに検討を進めることとする。

参考文献

- 1) Casagrande, L.: Electro-Osmotic Stabilization of Soil, Harvard Soil Mechanics Series, No. 38, 1952
- 2) 例えば、三瀬貞：土の電気浸透透水係数について、土と基礎、Vol. 8, No. 1, 1960
- 3) 平山義人、柴田源一、小松義郎、戸部兼雄：電気浸透工法による軟弱地盤処理の一現場試験、農土誌、33(1)、1965
- 4) 三浦俊彦、久保博：Vocs 汚染水の電気化学的浄化の基礎的検討、土壌環境センター技術ニュース、No. 5、2002
- 5) 大谷津紀之、野村洋、和田信一郎：電気泳動を用いた重金属汚染土壌の浄化技術、土壌環境センター技術ニュース、No. 5、2002
- 6) 松田好春、岩倉千秋共著：電気化学概論、化学教科書シリーズ、丸善
- 7) 砂川重信：電磁気学、物理テキストシリーズ、岩波書店
- 8) 例えば、大南正瑛：マイクロメカニクス入門、オーム社
- 9) Y. C. ファン著、大橋義夫、村上澄男、神谷紀生共訳：連続体の力学入門、培風館、1980
- 10) 赤井浩一、大西有三、西垣誠：有限要素法による飽和不飽和浸透流の解析、土木学会論文報告集、第 264 号、1977
- 11) 大西有三、村上毅：有限要素法による地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析、土木学会論文報告集、第 286 号、1980
- 12) 例えば、久保司郎：逆問題、計算力学と CAE シリーズ 10、培風館

ひとこと

粘性地盤での汚染を原位置で浄化するには未だ困難な問題が多い。1つの選択肢として電気浸透が採用できるようにここで示した手法をさらに展開したい。



仲沢 武志